A exam Galaxies 25-04-07 [redacted]

3 c) surface brightness profile $I(r)$

M/L = constant. $\Longrightarrow$ $M = C \cdot L$ C = constante.

total luminosity $L = \int d\phi\, R dR\, I(R,\phi)$

↳ niet afhankelijk van de hoek ϕ.

$$\Longrightarrow M_t/C = \int R dR\, I(R).$$

$$\Longrightarrow I(R) = \frac{dM(r)}{dR}\frac{1}{CR}.$$

the surface brightness is related to the density $I(R) = \int_{-\infty}^{\infty} dz\, \rho(r)$

$$M(r) = \frac{M_t r^3}{(r^2+a^2)^{3/2}} \quad \text{(vraag b)}.$$

$$\Longrightarrow \frac{dM(r)}{dr} = \frac{3M_t r^2}{(r^2+a^2)^{3/2}} - \frac{3M_t r^4}{(r^2+a^2)^{5/2}}$$

$$\Longrightarrow I(r) = \frac{3M_t r}{C(r^2+a^2)^{3/2}}\left(1 - \frac{r^2}{r^2+a^2}\right)$$

(2) The stars in the Galactic disk follow almost circular orbits. For these orbits there are two possibilities: the rotation is that of a rigid body, or the rotation is differential (depends on r). In ~~...~~ the disk of our Milky Way the rotation is differential ($v_c(r)$ as in $v_c \propto 1/r$) and the stars closer to the center rotate faster. The orbits are not exact circles, there are ~~motions~~ radial velocities Ω, rotation velocities (already called v_c) and velocities out of the plane (in z-direction, positive upwards). The motions of the stars can be measured ~~...~~ with respect to the Local Standard of Rest. This is the mean value of the motions of the stars in the Solar Neighborhood. With respect to the LST the line-of-sight velocity of stars is $V_{los} = A\, d \sin 2\ell$ ~~and the motion perpendicular to the line of sight is ...~~ Here A is ~~...~~ one of the

① a) gravitational potential $\Phi(r) = \frac{-GM_t}{\sqrt{r^2+a^2}}$

rotation curve $V(r)$. for rotation:

A1

M_t = total mass of system. $\frac{V(r)^2}{r} = F = -\frac{d\Phi}{dr}$

a = characteristic scale.

$$\frac{d\Phi}{dr} = \frac{GM_t}{r^2+a^2}\cdot\frac{2r}{\sqrt{r^2+a^2}}\cdot -\frac{1}{2} = \frac{-GM_t r}{(r^2+a^2)^{3/2}}$$

so $\frac{V^2(r)}{r} = \frac{GrM_t}{(r^2+a^2)^{3/2}}$

$$\Rightarrow \frac{v^2(r)}{r} = \frac{GrM_t}{(r^2+a^2)^{3/2}}$$

$$\Rightarrow v^2(r) = \frac{Gr^2M_t}{(r^2+a^2)^{3/2}} \Rightarrow v(r) = \frac{r\sqrt{GM_t}}{(r^2+a^2)^{3/4}}$$ ✓

max: $\frac{dv^2(r)}{dr} = 0$

$$-GM_t\left(\frac{2r}{(r^2+a^2)^{3/2}} - \frac{3r^3}{(r^2+a^2)^{5/2}}\right) = 0.$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{3r^2}{r^2+a^2}$$

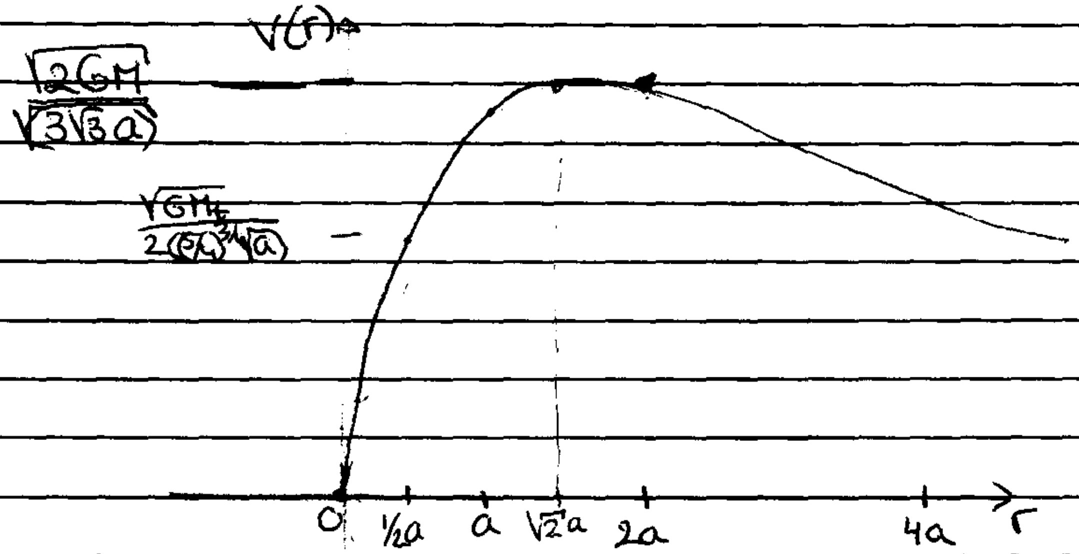
$$2r^2 + 2a^2 = 3r^2$$

$$r = \sqrt{2}a.$$ ✓

$$\Rightarrow v^2(r) = \frac{G2a^2M_t}{(2a^2+a^2)^{3/2}} = \frac{-G2M_t}{3\sqrt{3}a}$$ ✓

this maximum velocity is reached at $r = a\sqrt{2}$

A) 2 $V(r) = \dfrac{r\sqrt{GM_t}}{(r^2+a^2)^{3/4}}$



r	$V(r)$
$\frac{1}{2}a$	$\frac{1}{2}\sqrt{GM_t} / ((5/4)^{3/4}\sqrt{a})$
a	$\sqrt{GM_t} / (2^{3/4}\sqrt{a})$
$2a$	$2\sqrt{GM_t} / (5^{3/4}\sqrt{a})$
$3a$	$3\sqrt{GM_t} / (10^{3/4}\sqrt{a})$
$4a$	$4\sqrt{GM_t} / (17^{3/4}\sqrt{a})$

b) $\Phi(r) = \dfrac{-GM_t}{\sqrt{r^2+a^2}}$

de dichtheid van de schil maal het oppervlakte, geïntegreerd van 0 naar r.

$$M(r) = \int_0^r 4\pi r'^2 \rho(r')\,dr'$$

$$\frac{d\Phi(r)}{dr} = -F = \frac{GM(r)}{r^2}$$

M(r) is de massa binnen straal r dus eigenlijk $M(<r)$

$$\frac{GM_t r}{(r^2+a^2)^{3/2}} = \frac{GM(r)}{r^2}$$

$$M(r) = \frac{M_t r^3}{(r^2+a^2)^{3/2}}$$

$$\Longrightarrow \rho(r) = \frac{dM(r)}{dr}\frac{1}{4\pi r^2}$$

$$= \left(\frac{3M_t r^2}{(r^2+a^2)^{3/2}} - \frac{3M_t r^3 \cdot 2r}{2(r^2+a^2)^{5/2}}\right)\frac{1}{4\pi r^2}$$

$$= \frac{3M_t}{4\pi(r^2+a^2)^{3/2}}\left(1 - \frac{r^2}{r^2+a^2}\right)$$

A Oort constants. $A = -0{,}5R\frac{d\Omega}{dR}\Big|_{R_0}$. The other Oort constant $B = -(\Omega - A) = -\left(\Omega\Big|_{R_0} + 0{,}5R\frac{d\Omega}{dR}\right)\Big|_{R_0}$

The Oort constants A and B describe the deviat of the stars motion from the circular orbit. A beschrijft de bewegingen van sterren loodrecht op hun circelbaan en B beschrijft de neiging van sterren om kleine circeltje te maken rond hun eigenlijke baan. A en B samen geven de radiale snelheid van sterren in de SN. bijvoorbeeld $\Omega_{R_0} = A - B\Big|_{R_0}$ = this is the angular velocity

(3) de groep van Elliptical Galaxies kan worden opgedeeld in 3 subgroepen. Giant ellipticals zijn de grootste sterrenstelsels die we kennen, ze zijn vaak in het centrum van een cluster te vinden. Over het algemeen komen elliptische stelsels vaker in gebieden met een grote dichth voor. De lichtverdeling van Giant ellipticals volgt vrij goed de Vaucouleurs law dwz gaat volgens een power law met $r^{1/4}$. Alleen in het centrum van een giant elliptical zit een zeer dichte core waar de lichtverdeling bijna constant is. Het lijkt zo te zijn dat in deze stelsels vaak een giant black hole zit.

de Midsized ellipticals hebben vergelijkbare eigenschappen als de giants, alleen dan in wat mindere mate. De bewegi van sterren is in giants bijna uitsluitend random terwijl er in een midsized elliptisch stelsel al wat rotatie voorko. De kern van een middelgroot stelsel is niet zo dicht als bij een giant, het is geen core maar een cusp, de lichtverdeli is ook niet constant in het centrum maar vermindert geleidelijk naar de rand van het centrum toe.

Verder zijn er nog dwarf ellipticals. Dit zijn de kleinste stelsels die we kennen, de sterren roteren maar hebben

(A) exam Galaxies 25-04-07. [redacted]

4

ook nog random motions, de lichtverdeling neemt exponentieel af naar buiten toe.
Over het algemeen hebben sterren in elliptische stelsels zeer lage metallicity. Uit spectra blijkt wel dat dwarfs relatief meer metalen hebben dan midsized and giant ellipticals. In een simpel model kan een elliptisch stelsel worden gezien als een zeer heldere kern waarbij de lichtverdeling naar buiten toe snel afneemt.

(4) Als een groep sterren geboren wordt zijn ze zeer helder en erg blauw. Sterren met zeer weinig metalen zijn blauwer dan metaal-rijke sterren in hun gehele leven. De kleur van de sterren verloopt ongeveer met hun oppervlakte-temperatuur (ik laat metallicity verder buiten beschouwing want dat veranderd niet met tijd). Als sterren geboren worden hebben ze een zeer hoge oppervlakte temperatuur en zijn dus blauw. Tijdens hun leven op de main sequence loopt dit iets af (richting geler) waarbij de kleur erg afhangt van de massa van de ster (lage massa, lage opp.temp.) Aan het eind van de main sequence is het waterstof op, gaat de ster uitzetten en helium verbranden (en eventueel meer). De reus heeft een lagere oppervlakte temperatuur en is dus roder. Het kleurverloop van een single stellar population is dus globaal van blauw naar rood. De Luminosity van een single stellar population is als volgt: $L = L_{MS} + L_{GB}$. Hierbij gaat het bij beide natuurlijk ook om het aantal sterren dat op MS danwel Giant Branch zit. L_{MS} wordt lager in de tijd. Dit komt doordat er steeds minder sterren op de main sequence zitten en de meer massieve (=helderdere) sterren eerder op het turnoff point zijn

A 5

- LGB wordt ook lager in de tijd omdat de sterren die later op de Giant Branch komen minder ~~massa~~ massa hebben en dus minder helder zijn en maar een zeer korte tijd op de giant branch doorbrengen
- dus L wordt steeds minder voor een SSP
- ~~Dus~~ Hierop gebaseerd zouden globular cluster vroeger helderder geweest moeten zijn (aangezien globular cluster ook oude stergroepen zijn)

5 AGN's zijn ~~[illegible]~~ sterke ~~[illegible]~~ bronnen in het centrum van een stelsel. Sommige AGN's zijn helderder dan het stelsel waar ze in zitten. De theorie is dat een AGN wordt gevormd door een zwart gat in het centrum van ~~[illegible]~~ een stelsel. Dat zwarte gat trekt ~~alles~~ het gas/stof in zijn omgeving aan. ~~Dat gas~~ De rotatie van het gas rond het zwarte gat gaat steeds sneller waardoor het aangeslagen wordt. Uiteindelijk is de dichtheid ~~[illegible]~~ zo hoog dat er ~~[illegible]~~ zeer sterke straling wordt uitgezonden in bijna elke band. Dit wordt geconcentreerd in één of twee jets die loodrecht op het rotatievlak van ~~het~~ het stof en gas rond het zwarte gat. ~~De jets [illegible]~~ fotonen in deze ~~jets~~ straling kunnen zo'n kracht hebben dat ze weer druk uitoefenen op het gas en stof dat ~~[illegible]~~ door het zwarte gat wordt aangetrokken. Rond de jets kan dit resulteren in gigantische lobs waar het stof dat druk ondervindt van de straling tot ver buiten het sterrenstelsel wordt geduwd. Dicht bij het centrum liggen de snelheden hiervan rond de lichtsnelheid. Er is een grens hoeveel straling zo'n zwart gat kan uitstoten omdat ~~d~~ de stralingsdruk anders gelijk is aan de gravitatie kracht. Dit maxim

A6

is de Eddington luminosity en deze hangt sterk samen met de Schwarzschild radius van het zwarte gat

[redacted]

B1

1a)

• $\frac{\partial}{\partial r}\varphi(r) = \frac{V^2(r)}{r}$

$$\frac{\partial}{\partial r}\varphi(r) = \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{-GM_t}{\sqrt{r^2+a^2}}\right) = \cancel{\frac{\partial}{\partial r}} -GM_t\frac{\partial}{\partial r}\left[(r^2+a^2)^{-1/2}\right]$$

$$= \frac{1}{2}GM_t(r^2+a^2)^{-3/2}\cdot 2r = \frac{GM_t r}{(r^2+a^2)^{3/2}} = \frac{V^2(r)}{r} \Rightarrow$$

$$V^2(r) = \frac{GM_t\cdot r^2}{(r^2+a^2)^{3/2}} \Rightarrow V(r) = \sqrt{\frac{GM_t\cdot r^2}{(r^2+a^2)^{3/2}}}$$ ✓

• $V^2(r) = \frac{GM_t\cdot r^2}{(r^2+a^2)^{3/2}}$ ~~V^2_{max} is als~~

~~$V^2_{max}(r)$ als~~

$V^2(r) = max$ als $\frac{\partial}{\partial r}V^2(r) = 0$

$$\frac{\partial}{\partial r}V^2(r) = \frac{2GM_t r(r^2+a^2)^{3/2} - GM_t r^2\cdot\frac{3}{2}(r^2+a^2)^{1/2}\cdot 2r}{(r^2+a^2)^3}$$

dit is 0 als

$$2GM_t r(r^2+a^2)^{3/2} = GM_t r^2\cdot\frac{3}{2}(r^2+a^2)^{1/2}\cdot 2r$$

$$(r^2+a^2) = \frac{3}{2}r^2$$

$$r^2\left(\frac{3}{2}-1\right) = a^2$$

$$r^2\,\frac{1}{2} = \frac{a^2}{\cancel{2}} \longrightarrow r^2 = 2a^2$$

$$V^2\left(\overset{2a^2}{\frac{a^2}{2}}\right) = \frac{GM_t a^2}{2\left(\frac{a^2}{2}+a^2\right)^{3/2}} = \frac{GM_t a^2}{2\left(\frac{3}{2}a^2\right)^{3/2}} = \frac{GM_t a^2}{2\cdot\frac{3}{2}a^2\sqrt{\frac{3}{2}a^2}}$$

$$= \frac{GM_t}{3\sqrt{\frac{3}{2}}\,a} = \frac{\sqrt{2}\,GM_t}{3\sqrt{3}\,a}$$

(the $\sqrt{2}$ should be 2 but I can't find it)

B2

- $r^2 = \frac{a^2}{2}$ at maximum (see best dot)

$r = \frac{a}{\sqrt{2}}$

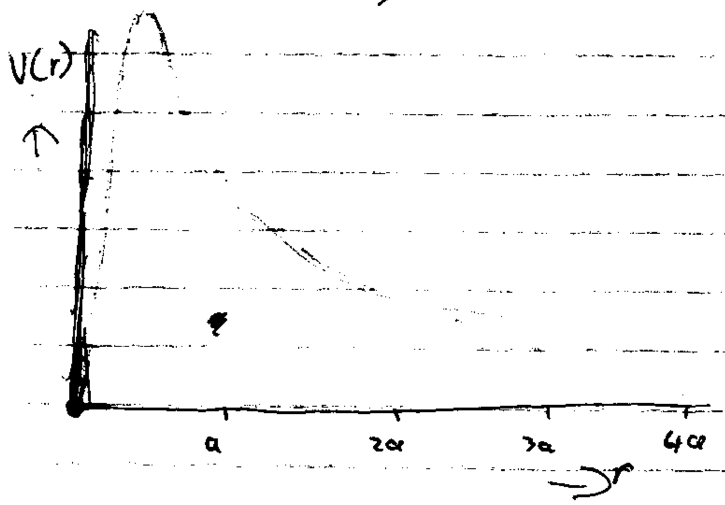
- $V(r) = \sqrt{\frac{GM_t\, r^2}{(r^2+a^2)^{3/2}}}$

at $r=0$ $V(r) = 0$

at $r=a$ $V(r) = \sqrt{\frac{GM_t\, a^2}{(2a^2)^{3/2}}} = \sqrt{\frac{GM_t\, a^2}{2^{3/2}\, a^3}} = \sqrt{\frac{GM_t}{2^{3/2}}} \cdot \frac{1}{a^{-1/2}}$

at $r=2a$ $V(r) = \sqrt{\frac{GM_t\, 4a^2}{(5a^2)^{3/2}}} = \sqrt{\frac{GM_t\, 4a^2}{5^{3/2}\, a^3}} = \sqrt{\frac{GM_t}{5^{-3/2}}} \cdot \frac{1}{a^{-1/2}}$

so $V(r)$ for $n.a$ with $r \geq 1$ $= \sqrt{\frac{GM_t}{a}} \cdot \frac{1}{(n^2+1)^{3/2}}$. In het begin neemt $V(r)$ sterk toe



b) Newton's second law tells us, that only the mass inside the radius of a particle, works on that particle.
∟ in a sphere

$\phi(r) = \frac{-GM_t}{\sqrt{r^2+a^2}}$

from newton's law $\phi(r) = -\frac{GM(<r)}{r}$ $\Rightarrow$

B3

$$\frac{-GM_t}{\sqrt{r^2+a^2}} = \frac{-GM(<r)}{r} \Rightarrow$$

$$\frac{M_t}{\sqrt{r^2+a^2}} = \frac{M(<r)}{r} \Rightarrow M(<r) = \frac{M_t \cdot r}{\sqrt{r^2+a^2}} \quad \checkmark$$

c) $$\left.\begin{aligned} M(<r) &= \frac{M_t \cdot r}{\sqrt{r^2+a^2}} \\ M/L &= cst = c \Rightarrow M = Lc \end{aligned}\right\} \frac{M_t \cdot r}{\sqrt{r^2+a^2}\cdot c} = L(r)$$

$$L(r) = 2\pi \int_0^\infty I(r) \cdot r\, dr \Rightarrow \frac{\partial}{\partial r} L(r) = 2\pi\, I(r) \cdot r$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[\cancel{\frac{M_t \cdot r}{\sqrt{r^2+a^2}}} \; \frac{M_t \cdot r}{\sqrt{r^2+a^2}}\right] = \frac{M_t \cdot c \cdot \sqrt{r^2+a^2} - M_t r \cdot \frac{1}{2} \cdot (r^2+a^2)^{-1/2} \cdot 2r}{r^2+a^2}$$

$$= \frac{M_t \sqrt{r^2+a^2} \cdot c - M_t \cdot r^2 \cdot \frac{c}{\sqrt{r^2+a^2}}}{(r^2+a^2) \cdot c} \cdot \frac{\sqrt{r^2+a^2}}{\sqrt{r^2+a^2}}$$

$$\cancel{\Rightarrow I(r) = M_t / r \cdot \sqrt{r^2+a^2} - M_t \cdot r \cdot \frac{1}{\sqrt{r^2+a^2}}}$$

$$= \frac{M_t (r^2+a^2) - M_t r^2}{(r^2+a^2)^{3/2} \cdot c} = I(r) \cdot r \cdot 2\pi$$

$$\Rightarrow I(r) = \frac{M_t\left[(r^2+a^2)/r - r \cdot c\right]}{2\pi (r^2+a^2)^{3/2}}$$

T.P.O.

B4

c) $M(<r) = \frac{M_t \cdot r}{\sqrt{r^2+a^2}}$

$M/L = cst = c \Rightarrow M = L \cdot c$

$$\left.\begin{array}{l} M(<r) = \frac{M_t \cdot r}{\sqrt{r^2+a^2}} \\ M/L = cst = c \Rightarrow M = L \cdot c \end{array}\right\} \frac{M_t \cdot r}{\sqrt{r^2+a^2} \cdot c} = L(r)$$

$$L(r) = 2\pi \int_0^\infty I(r)\, r \cdot dr \Rightarrow \cancel{I(r) = \frac{\partial}{\partial r} L(r)}\ 2\pi I(r) \cdot r = \frac{\partial}{\partial r} L(r)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} L(r) = \frac{M_t \cdot \sqrt{r^2+a^2} \cdot c - M_t \cdot r \cdot c \cdot \frac{1}{2} \cdot 2r \cdot (r^2+a^2)^{-1/2}}{(r^2+a^2)\, c^2} \cdot \frac{\sqrt{r^2+a^2}}{\sqrt{r^2+a^2}}$$

$$= \frac{M_t((r^2+a^2)c - r^2 \cdot c)}{(r^2+a^2)^{3/2} \cdot c^2} = 2\pi\, I(r) \cdot r \Rightarrow$$

$$I(r) = \cancel{M_t[(r^2+a^2)/r - r/c]}\ \frac{M_t \cdot c\,[(r^2+a^2)/r - r]}{2\pi\,(r^2+a^2)^{3/2} \cdot c^2}$$

This is not correct. Remember that the surface brightness is a function of R, while $r^2 = R^2 + z^2$

You should've derived the mass density from

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \quad \text{or} \quad \frac{dL}{dr}\ \ \pi r^2 \rho_{lum}(r) = 4\pi r^2 C \rho(r)$$

$$I(R) = C \times \int_{-\infty}^{\infty} dz\, \rho(r)$$

[redacted]

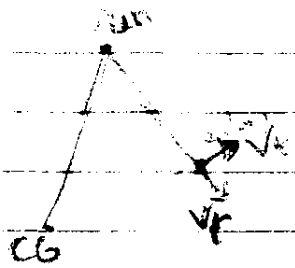
B5

2)

De sterren in de disk van de melkweg bewegen in een cirkelbaan om het centrum van de melkweg. Hoe verder ~~[illegible]~~ de afstand tot het centrum, des te langzamer ze gaan. De sterren binnen onze baan om het centrum ~~[illegible] ons in te halen die buiten onze baan~~ halen ons in, die buiten onze baan halen wij in. Dit kan bepaald worden door de snelheid te bepalen ~~in het verlengde~~ van de ster in het verlengde van ons zicht op die ster ~~en~~ de snelheid loodrecht daarop, & de tangentiël en radiële snelheid. Hiermee kan de snelheid van het roteren om het centrum van de melkweg bepaald worden.

Dit ~~[illegible]~~ hangt samen met de Oort constantes A en B. Deze constantes geven de snelheid per kpc aan. ~~A heeft hier te maken met de~~ Beiden zijn afhankelijk van de hoeksnelheid van melkweg. A geeft de snelheid op een afstand R ~~van~~ en B de shear (nederlandse woord?) om deze baan. Er geldt dat $V_c = R(A-B)$

3)



CG = center galaxie

V_R = radiële snelheid

V_t = tangentiële snelheid

B6

3) Elliptische stelsels zijn elliptisch van vorm.
~~Hun ...~~ Ze voldoen aan de Faber-Jackson relation, die aangeeft dat de luminosity evenredig is met de snelheidsverdeling σ tot de 4e $\Rightarrow L \propto \sigma^4$.
~~Elliptische zijn oud, hun kleur is dan ook rood.~~
~~Spectra laten zien dat~~
Spectra van de stelsels lijken erg op de spectra van K-giants. Dit wijst erop ~~dat~~ elliptische stelsels erg oud zijn, anders werd het spectrum niet bepaald door reuzen. Dat de sterren oud zijn betekent ook dat ze rood zijn, dit zien we ook.
In elliptische stelsels vindt geen ster formatie meer plaats en de metallicity van de sterren is erg ~~laag~~ hoog.
~~Behalve de scaling law die ons iets vertelt over de Faber-Jackson relation is Ook een scaling law die vertelt~~
De Faber-Jackson relation is één van de scaling laws, de andere is dat de sterren dicht bij de fundamental plane liggen.

B7

4) De kleur en helderheid kunnen beschreven worden door een CMD. Deze vertelt ons dat eerst alle sterren op de MS lagen. De zeer zware sterren in het blauw. Naarmate een ster opbrandt, verplaatst deze zich van de MS naar de great bench. De GB zijn rode reuzen. De kleur van de sterren verandert dus van blauw naar rood. Eerst zullen de zwaardere sterren zich verplaatsen. Hierna de lichtere.

De helderheid hangt hiermee samen. Deze wordt eerst bepaald door de zware sterren in het blauw
op de MS. ~~Na~~ ± 5 Gyr wordt deze juist bepaald door de rodere sterren op de GB. De blauwe sterren zijn veel helderder dan de rode sterren. De helderheid neemt ~~dus~~ af met de tijd.

De globular clusters zijn erg oud, ~~en~~ hun helderheid wordt dus bepaald door de rode-reuzen. Dit betekent dat vroeger, toen de helderheid nog bepaald werd door de MS, de clusters helderder waren.

maar de reuze sterren zijn helderer dan de main sequence sterren van dezelfde leeftijd

B8

5) ~~AGN~~

AGN's hebben een ontzettend grote uitstraling van energie. Dit doet denken aan ontzettend grote objecten. Metingen aan de tijd die nodig is ~~om~~ voor het veranderen van de helderheid, laten ~~ook~~ echter zien dat de AGN's erg klein zijn. Daarom worden ze gedacht zwarte gaten te zijn.

De eddington-~~limiet~~ luminosity is de limiet die aangeeft wat de luminosity moet zijn van een object om niet ~~te~~ ~~a~~ aangetrokken te worden door een zwart gat. Dit is de luminosity waarbij ~~de straling van het object~~ de ~~gelijk~~ kracht van de straling van het object gelijk is aan de aantrekkingskracht van het zwarte gat. De twee krachten heffen ~~elkaar~~ elkaar dus op. Bij een grotere luminosity dan de Eddington-luminosity zal het object zich van het zwarte gat af bewegen.

[redacted]

B

1a 8
b 1
c 2

12 - 13

2 - 15

3 - 14

4 - 14

5 - 17 ⟶ 7.3 + 7.54 ⟶ 7.37 ⟶ 7.5

(werkcolleges)
(weighted)

A

[redacted]

1a - 10
b - 5
c - 2

17

2) 16 - 17

3) 18

4) 19

5) 16

8.6 + 8.04 ⟶ 8.43
⟶ 8.5